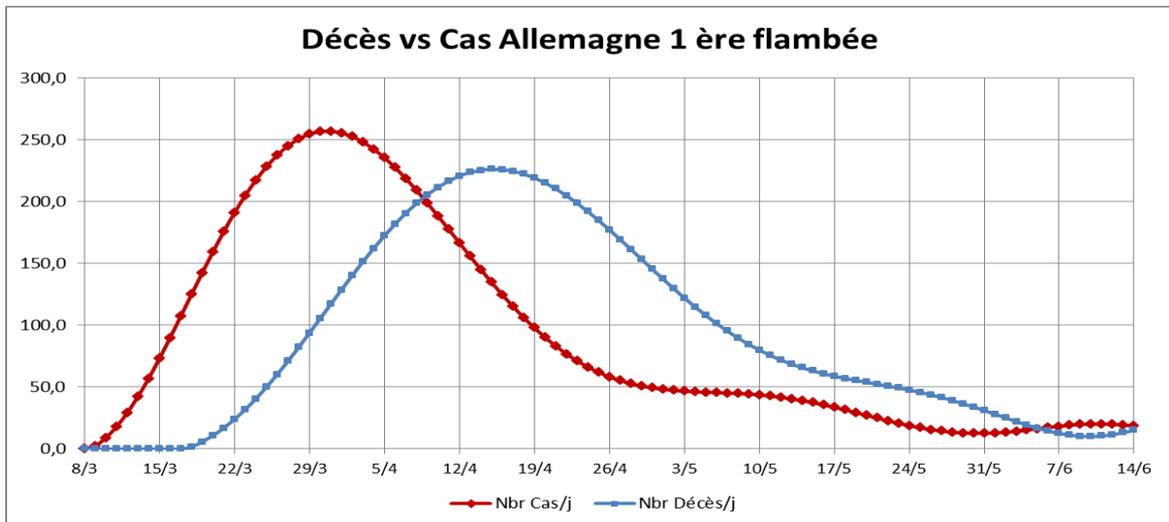


Annexes – 23 février 2021 – P Pradat

Profil dynamique de référence

Une observation rapide de la superposition des courbes de Cas par jour et des courbes de Décès par jour montre que ces deux courbes ont un aspect très similaire, comme l'illustre l'exemple ci-après¹.



La description mathématique de la relation, dans le temps, entre les cas/j et les décès/j (la cause et l'effet) peut être obtenue à partir des hypothèses suivantes.

- Il y a un retard entre la survenue des décès et la survenue des cas.
- Ce retard a une valeur médiane propre à l'épisode épidémique considéré. On nommera ce retard r .
- Le nombre de décès/j est une fraction du nombre de cas/j qui en sont à l'origine. On nommera cette fraction $l(t)$ (fonction du temps).
- Les courbes des cas comme celles des décès sont des fonctions discrètes, c'est-à-dire qu'il n'existe « pas de fraction de cas ni de fraction de décès ». Si les nombres considérés sont grands ces courbes peuvent néanmoins être approchées par des fonctions continues, dérivables.

Soit $C(t)$ la fonction « nombre de cas/j » et $D(t)$ la fonction « nombre de décès/j ». En observant qu'au temps $t=0$ la fonction $C(t)$ vaut 0 et que la fonction $D(t)$ reste nulle jusqu'à l'apparition du premier décès c'est-à-dire au temps r , on a les conditions initiales : $D(r) = 1$ et $C(0) = 0$

On peut alors écrire l'équation pour $t \geq r$:

$$D(t) = 1 + l(t).C(t - r) \quad (\text{Equation 1})$$

Dès que le nombre de décès par jour est élevé la valeur 1 devient négligeable, et l'on peut écrire :

$$l(t) \approx \frac{D(t)}{C(t-r)} \quad (\text{Equation 2})$$

On reconnaît ici que $l(t)$ indique une valeur au temps t (à la date j) de la létalité. Le terme « létalité » est en règle générale plutôt réservé au ratio pendant une période définie du nombre de décès sur le nombre de cas, par exemple sur une période de 6 mois ou un an. Comme ici on s'intéresse au comportement dynamique des phénomènes observés, la « létalité dynamique » $l(t)$ est un indicateur très utile pour la

¹ Pour rendre les courbes aisément « lisibles » donc interprétables, on utilise des régressions polynomiales (jusqu'à l'ordre 9). Cette technique est utilisée régulièrement dans nos travaux.

suite. Son suivi permet notamment de mesurer et comparer la « puissance » d'une flambée donnée, couramment dénommée « virulence ».

Les valeurs maximales des variables $C(t)$ et $D(t)$ sont très visibles et identifiables dans toutes les flambées pour peu que ces flambées soient suffisamment prononcées et « monochromes » (i.e. une seule souche virale en cause, ou mieux dit une souche virale largement dominante). Si l'on note $D'(t)$ et $C'(t)$ les dérivées de ces fonctions, et en partant de l'équation 1, on a :

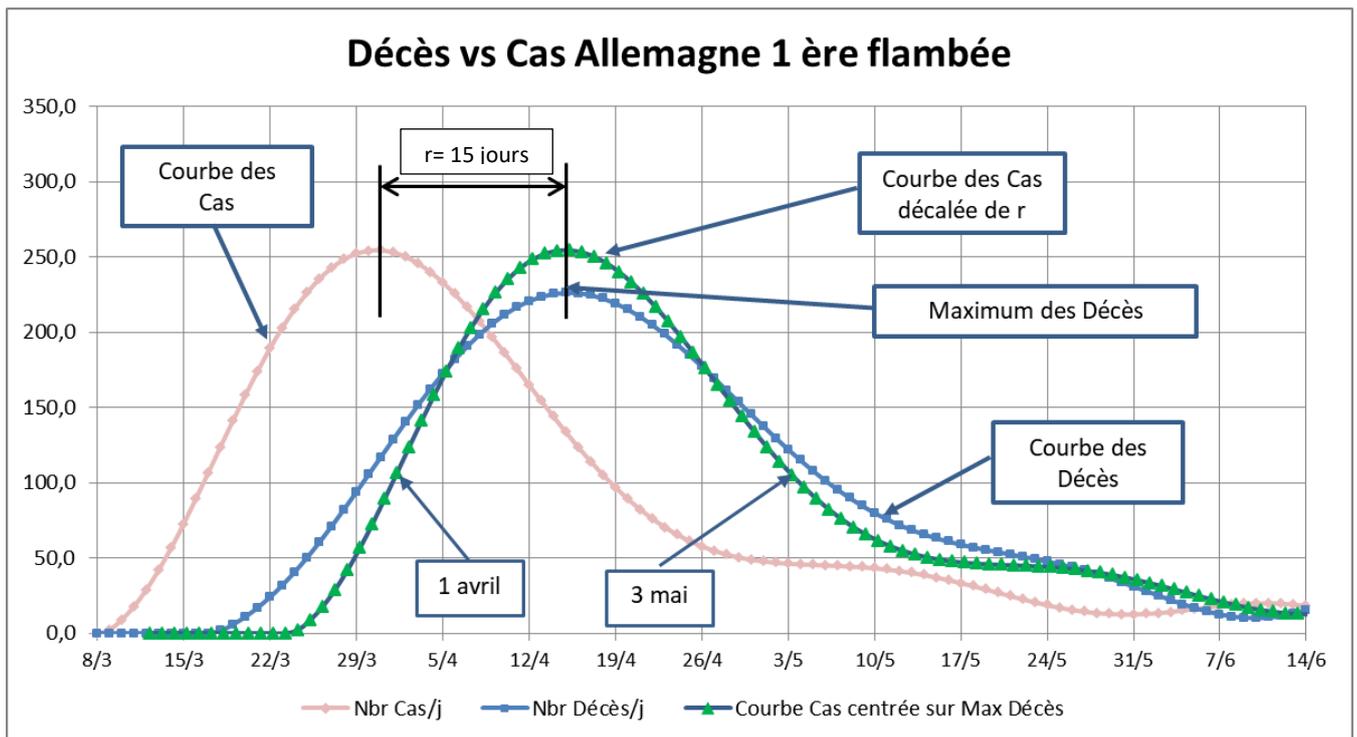
$$D'(t) = (l(t).C(t-r))' = l'(t).C(t-r) + l(t).C'(t-r)$$

Si et seulement si la létalité est constante (ou quasi constante pendant la phase la plus dynamique de la flambée) on peut considérer que $l' \approx 0$, donnant alors :

$$D'(t) = L.C'(t-r)$$

où L est la valeur approchée constante de $l(t)$ pendant cette phase.

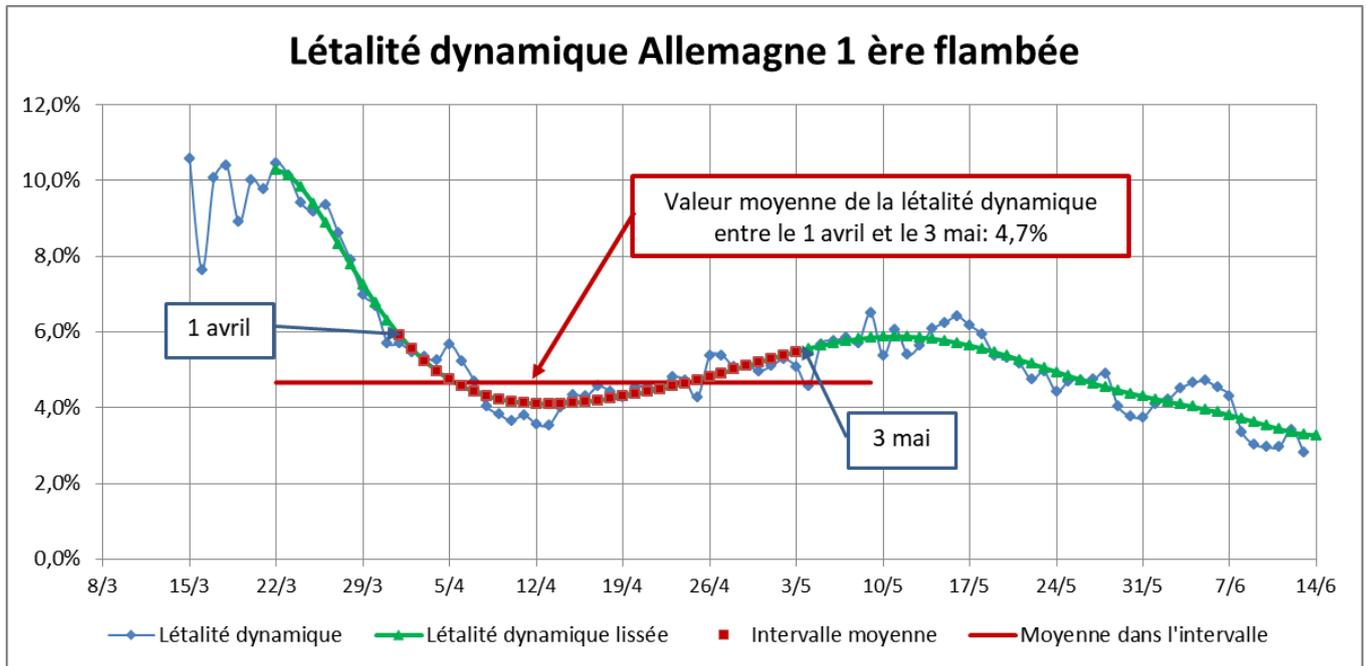
Donc si $D'(t)$ est nul, $C'(t-r)$ l'est aussi. Dans ces conditions on constate que les maxima de $D(t)$ et $C(t-r)$ sont exactement synchrones, c'est-à-dire que le maximum de décès est constaté au maximum de cas constaté à $t-r$. Le diagramme ci-après, montre la courbe $C(t-r)$ qui est la courbe réelle $C(t)$ décalée à la date du maximum de Décès/j constatée.



La mesure de l'écart de date Max Décès/j - Max Cas/j permet alors, aux approximations près décrites ci-dessus, de donner une mesure approchée du délai médian r .

Afin de vérifier la robustesse et donc la pertinence de la mesure de r on a calculé la valeur de la létalité dynamique $l(t)$, définie par l'équation 2, $l(t) = D(t)/C(t-r)$, en mesurant le ratio [Décès/j au jour n] sur [Cas/j au jour n-r].

Pour cela on a utilisé les valeurs moyennes glissantes centrées sur 7 jours, constamment utilisées par nous pour les mesures en temps réel (ou quasi temps réel) et désormais largement utilisées partout dans les statistiques diffusées au public. Ce calcul donne les courbes ci-après :



On vérifie bien que la létalité dynamique reste assez stable pendant la partie la plus dynamique de la flambée (Nombre de décès/j les plus élevés), soit entre le 1^{er} avril et le 3 mai dans l'exemple, la valeur moyenne valant 4,7% dans ce même exemple.

Enfin la consistance du principe de mesure de r est confirmée par la mesure du cumul des décès pendant la phase dynamique comparée au cumul de cas (corrigés par la létalité moyenne et décalés de r) pendant cette même phase. Les chiffres de décompte sont obtenus à partir des moyennes glissantes centrées sur 7 jours relevées quotidiennement.

- On trouve pour les Décès : Nbr cumulé = 6091. Pour les Cas (corrigés décalés) : Nbr cumulé= 6372. Soit 4,4 % d'erreur dus à l'approximation, ce qui paraît très acceptable sachant que la phase la plus dynamique porte sur environ 6200 victimes à rapprocher des 8600 victimes de l'épisode complet (arrêté au 1^{er} Juin) et, par ailleurs, qu'il ne s'agit pas ici de « recompter » via un modèle mais d'estimer un ou des délais entre événements significatifs.

Commentaires sur le choix de l'exemple

Il pourrait être objecté que la méthode précédente repose sur un exemple, en l'occurrence celui de la première flambée en Allemagne. Bien entendu, il n'en n'est rien. On a vérifié (et il peut être vérifié) que ce profil dynamique est présent sur la totalité des flambées pour autant que l'on puisse clairement identifier la présence d'une poussée principale se distinguant de poussées secondaires qui viennent modifier la dynamique générale autour de l'épisode principal.

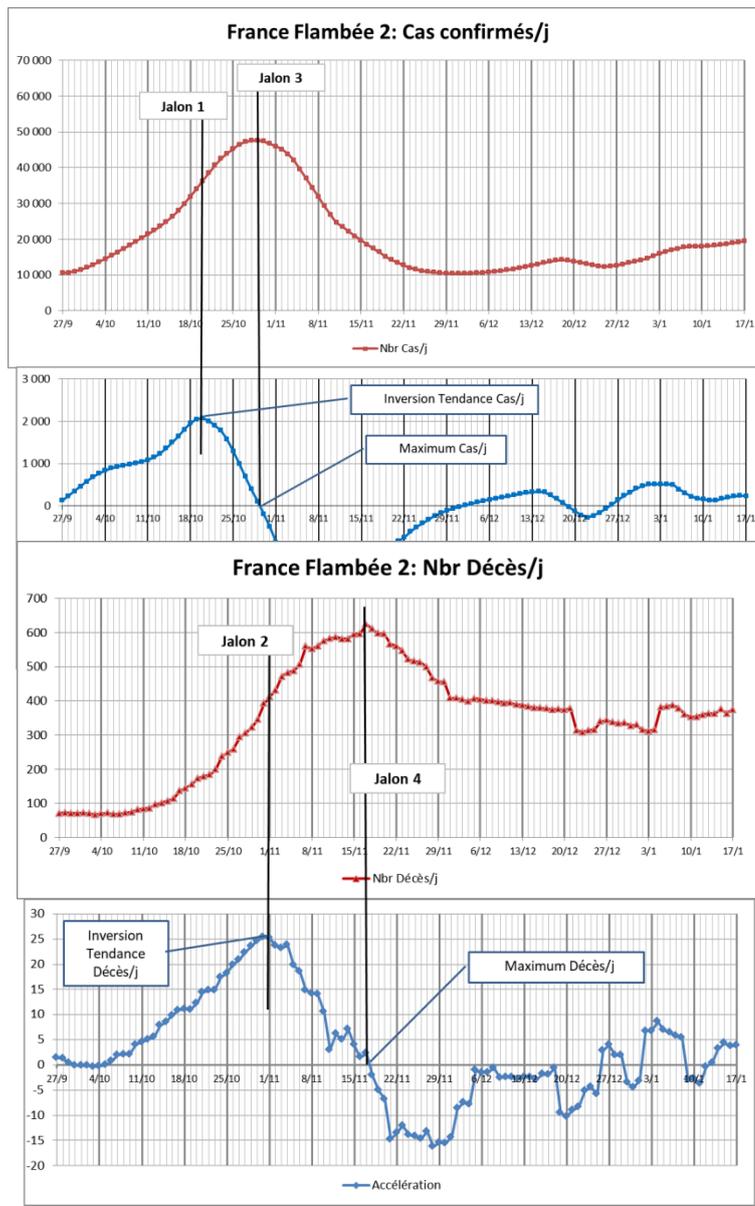
Il est par contre vrai que l'exemple de la première poussée allemande a été choisi comme profil de référence pour quatre raisons:

1. La flambée est unique et « isolée » dans le temps. $D(t)$ et $C(t)$ commencent à 0 et se terminent à quasiment 0 à la fin de l'épisode.

- Il n'y a pas (ou peu) de phénomène perturbateur caractéristique comme l'effet des périodes de congés dont on verra plus loin un impact systématique et considérable sur l'évolution d'un épisode.
- L'Allemagne a très rapidement mis en place une stratégie systématique de tests de dépistage en grand nombre pour identifier les personnes atteintes. Il suffit pour s'en convaincre de voir que dès les tous premiers Décès, survenus le 9 Mars les dépistages positifs en étaient déjà au nombre de 1224 Cas. En comparaison la France, très défaillante dans ce domaine, a vu apparaître ses deux premiers Décès avant le 28 février avec un cumul de Cas positifs s'établissant à 57 le 28 février puis à 100 le 29 février.... Cette flambée a donc été écartée comme non suffisamment significative pour l'étude statistique d'un profil dynamique de référence.
- La première flambée allemande semble bien être « monochrome » c'est-à-dire due à une souche virale dominante identifiée et unique pendant l'épisode. C'est d'ailleurs le même constat dans toutes les premières flambées survenues dans l'ensemble des pays européens. Attention : la « monochromie » apparente ne veut pas dire que la souche virale a été commune à toutes les premières flambées de tous les pays considérés mais seulement que pour une flambée donnée une seule souche dominante l'a causée ! On revient plus loin sur l'importance de l'identification des souches virales en cause, couramment dénommées « les variants ou mutants »

Exemple de mesure des jalons dynamiques

Représentation graphique de la méthode de mesure des jalons clés. Exemple France 2^{ème} flambée.



Courbes des Cas confirmés/jour.

Les jalons 1 et 3.

Les courbes lissées sont ici obtenues par le calcul d'une régression polynomiale d'ordre 9. On peut observer un creux dû à la trêve de Noël entre le 20/12 et le 3/1.

Sur le graphique de l'accélération on peut observer, en plus, une cassure nette de la pente de la courbe le 15/11 : cela annonce l'arrivée d'une autre poussée, bien moins puissante, mais qui va néanmoins stopper le « retour à zéro » du nombre de cas et de décès par jour.

C'est très exactement ce que l'on observe, en France à partir de la fin d'année. Compte tenu de la durée, de cet effet de traîne, au moins une autre une autre poussée encore plus faible est probablement venue s'ajouter. Ceci est parfaitement modélisable.

Courbes des décès/j

Les courbes sont ici obtenues par les moyennes glissantes centrées (7j), plus « temps réel » que les lissages par régression.

Elles mettent très nettement en évidence : a/ la forte perturbation due aux vacances de fin d'année, b/ l'impact brusque de la nouvelle poussée entre le 29/11 et le 4/12.